数学　4000年の歩み

上野　健爾

本稿は「数学　大きな流れ」と題して放送大学特別講義としてラジオ放送した原稿を加筆修正し、図版を付け加えたものです。

はじめに

数学と聞くと、いやな思いをされる方が多いようです。これは、数学がテストを通して選別の道具として使われてきた結果、数学の内容の面白さよりもテストの成績だけに関心が向かう結果だと思われます。これは数学にとって不幸なことだけでなく、実は数学的な考え方が必要とされる現代の科学・技術文明の中で生活して行く上で、思いもかけない不利益を被ることになってしまいます。

この講義では数学的な考え方がどのように生まれ、進展して言ったのかを、具体的な例を中心にお話をしたいと思います。

数学の始まり

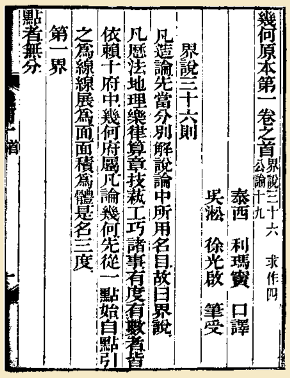
数学は社会生活をおくる上で必要となることから、古代の各文明で誕生しました。チグリス・ユーフラテス河畔で発達した古代バビロニアでは、紀元前2000年頃、今から4000年前に既に高度な数学が発達していたことが、遺跡から発掘された粘土板に記された楔型文字を解読することによって分かっています。古代バビロニアでは、土地の測量、経済活動、そして正確な暦の作成のために数学が必要とされました。またそのお隣の古代エジプトでは、毎年起こるナイル河の氾濫のあとの土地の測量、ピラミッドを建設するために必要とされる労働者のための食料の準備のためなどに、紀元前千数百年前から数学が使われていました。

ユークリッド「原論」

古代ギリシアの人々が数学をバビロニアとエジプトから学び、今日の数学の基礎を作ったと言われています。これはある面で正しいのですが、古代中国でも、古代インドでも、優れた数学が発達していたこと、また古い時代から世界的な規模での数学の交流があった形跡があることを考えると、古代ギリシアだけに数学の起源を求めるのは行き過ぎだと考えられます。しかしその一方で、古代ギリシアは数学の発展にとって極めて大切な貢献をしたことも事実です。数学の世界に論理を持ち込み、論理をもとに数学を展開していったのは古代ギリシアの偉大な貢献です。なかでもユークリッドによると伝えられる「原論」は有名です。「原論」では

点とは部分を持たないものである。

図１　ユークリッド原論の中国語訳。イエズス会の宣教師マテオ・リッチ(りまとう)の口述訳を徐光啓が筆記したもの。


幾何原本第一卷之首 界說三十六 公論十九 求作四
泰西 利瑪竇 口譯
吳淞 徐光啟 筆受
界說三十六則
凡造論先當分別解說論中所用名目故曰界說
凡歷法地理樂律算章技藝工巧諸事有度有數者皆
依賴十府中幾何府屬凡論幾何先從一點始自點引
之為線線展為面面積為體是名三度
第一界
點者無分

線とは幅のない長さである。

などという定義から始まり、次に公理と公準と呼ばれる少数の事実を当たり前の前提として、幾何や数の理論を展開しました。「原論」では公理と公準とを区別して使っていますが、今日の数学では同じものとして区別をしません。

「原論」の幾何学に関する公準は５つあります。最初の４つの公準は

1. 任意の点から任意の点へ直線を引くことができる。
2. 任意の線分を伸ばして一直線に延長することができる。
3. 任意の点を中心として任意の半径の円を描くことができる。
4. すべての直角は互いに等しい。

というしごく当たり前の事実です。これに反して五番目の公準、第５公準は、

5. 直線が他の２本の直線と交わり、同じ側の内角の和が２直角より小さいならば、この２直線を限りなく伸ばすと２直角より小さい角のある側において交わる。

という、大変複雑な形をしています。

「原論」とは少し違った言い方をしますと、この第５公準は平行線の公理『直線 l とその直線の外にある１点Ｐを通って直線 l に平行な直線を唯１本引くことができる』と本質的に同じことになります。最初の４つの公理はほとんど当たり前と思われる事実ですが、平行線の公理はそれに較べると複雑すぎます。古代ギリシアの数学者は平行線の公理を他の４つの公理を使って証明しようと努力したのではと思

われるふしがあります。しかし、それには成功せず、幾何学の理論を展開するために第５公準を公理としてやむなく置いたと推測されています。

図２　三角形の内角の和は180度である。「幾何原本」でそのことを証明してある部分。


甲平處作短界線後兩界線交處爲己自甲
至己作直線各引長之卽所求
第三十二題
凡三角形之外角與相對之內兩角并等凡三角形之內
三角并與兩直角等
先解曰甲乙丙角形試從乙丙邊引至丁題
言甲丙丁外角與相對之內兩角甲乙并等
論曰試作戊丙線與甲乙平行本篇三一令甲丙
爲甲乙戊丙之交加線則乙甲丙角與相對之甲丙戊

「原論」ではこれらの公理をもとに三角形や円の幾何学的な性質を次々と「証明」していきました。二等辺三角形の底角は等しいこと、三角形の内角の和は180度になること、同じ弧の上にある円周角は等しいこと、直角三角形に関する三平方の定理、ピタゴラスの定理とよく言われますが、など、三角形と円に関する様々な性質が、すべてこれら５つの公理を使って「原論」の中で証明されています。

ここで「証明」という言葉を使いました。「数学には証明が必要である」こと、そして「証明されたことこそが数学の正しい事実である」ことをはっきりさせたのは古代ギリシア人の数学に対する一番大きい、本質的な貢献です。

証明はなぜ必要か

数学は実験科学と違う側面をもっています。数学にも紙の上やコンピュータを使ったさまざまな実験があります。コンピュータのめざましい発展は、かつてはできなかった数学上の実験を可能にしてくれました。実験の結果分かるのは「ある事実が正しいかもしれない」という「予想」であって、その予想が「証明」されない限り数学では正しい事実になりません。しかし一旦、ある事実が「証明」されますと、それは未来永劫正しい事実となります。精密な観測や実験ができるようになって、かつて正しいと思われていた法則が修正されることが実験科学の世界では起こります。しかし数学ではそのようなことは起こりません。

またこのことは、コンピュータがどのように発達しても、コンピュータが人間にかわって「証明」することができない限り、数学的に正しい事実を見出すことはできないことを意味します。たとえば$\sqrt{2}$、自分自身を２回掛けて２となる正の数$\sqrt{2}$をコンピュータで計算すれば、コンピュータが動いている限り計算を続けます。正確に言えば、小数点以下何桁までも正確に計算することのできるプログラムを使う必要があります。コンピュータがいつまでたっても計算をやめないから、

$\sqrt{2}$＝
1.41421356237309504880168872420969807856967187537694807317667973799073247846210703885038753432764157273501384623091229702492483605585073721264412149709993583141322266592750559275579995050115278206057147010955997160597027453459686201472851741864088919860955232923048430871432145083976260362799525140798968725339654633180882964062061525835239505474575028775996172983557522033753185701135437460340849884716038689997069900481503054402779031645424782306849293691862158057846311159666871301301561856898723 7・・・
・・・・・

は無限に続く小数であろうと予想することはできます。でも、もしかするとコンピュータは百年後に最後の数字を計算して計算が終わるかもしれないのです。

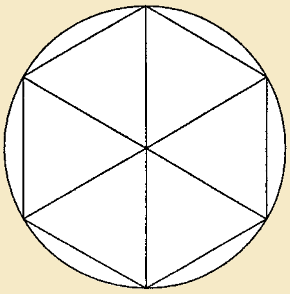
$\sqrt{2}$は無限に続く小数であり、しかも同じパターンの数字の列が繰り返す循環小数にもならないことは、既に古代ギリシアで「証明」された正しい事実です。論理に基づいて私たち人間が行う「証明」はこのように極めて強力なのです。計算の速さでは、私たち人間はコンピュータにはかないませんが、論理を使って「証明」することによって、コンピュータをはるかに凌ぐことができるのです。

同様のことは円周率πに関してもいうことができます。最近、東京大学の金田(かなだ)先生が円周率を小数点以下１兆桁まで計算して話題になりました。しかし、円周率は小数点以下100兆桁でも1000兆桁でも、さらに先の先まで永遠に続く数であることを人間は証明することができるのです。

π
＝3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378678316527120190914564856692346034861045432664821339360726024914127372458700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053054882046652138414695194151160943305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996274956735188575272489122793818301194912983367336244065664308602139494639522474・・・・・

・・・

図３　円に内接する正六角形は６個の正三角形からなる。



円周率は円周の長さと円の直径との比として定義されます。直径１の円の円周が円周率πになります。円周率πが３に近く、３より少し大きいことは、直径１の円に内接する正六角形を描いてみるとよく分かります。円に内接する正六角形の向かい合う頂点を結ぶと、円の中心を通る３本の線分によって、六角形は６つの正三角形に分割されます。この正三角形の１辺は半径と同じ長さになりますので、長さは1/2、したがって正六角形の周の長さは1/2の６倍、丁度３となります。円に内接する正六角形の頂点は円周上にありますので、円周は３より大きいことになります。

2002年度から使われ始めた新しい学習指導要領で、円周率が３になるといって大騒ぎになったことをご記憶の方も多いと思います。「円周率は3.14とするが、場合に応じて３を使ってもよい」というのが真意である、学習指導要領にもそう書いてあると文部科学省は説明してきました。ところが円周率3.14を用いた筆算は小学校の教科書には登場せず、電卓を使ってしか計算できないことになっています。中学校に入っても小数点２桁の数の掛け算を学ぶこともありません。これでは円周率は3.14と暗記させるだけで、実質的になんの意味もありません。2002年１月と２月に実施され、12月に結果が発表された文部科学省による学力調査の結果では、小学校５年生で実に2/3の生徒が円周率の意味を理解していないという、恐ろしい結果が出ています。同じ学力調査で、半径10cmの円の面積を求める問題も52%の生徒しかできていない。100×3.14の計算が、今よりも内容のあった学習指導要領で学んだ生徒の52%しか出来なかったという、これまた恐るべき事実があります。小学校で円周率をめぐる面白い歴史が取り上げられることもなく、ただただテストのためだけに円周率を学んできた結果だと思われます。このような情けない学校教育を改善する必要があると考えます。

アルキメデス

話がいささか脱線してしまいましたが、円周率の本当の値を求めようという試みは歴史に残っている限りは古代ギリシアに始まります。紀元前３世紀に、ギリシアの植民都市から発展した、今日のシシリー島にあるシュラクサで活躍したアルキメデスは、円周率の計算でも有名です。アルキメデスは数学のみならず、浮力に関するアルキメデスの原理や、様々な機械の考案など、今日の言葉を使えば、数学者、物理学者、工学者として、科学・工学上に偉大な足跡を残しました。当時、シュラクサはカルタゴに味方してローマと戦っていました。アルキメデスは様々は兵器を開発してローマ軍を苦しめたという伝説が伝わっています。その伝説の中には、アルキメデスは巨大な放物面をもった鏡を作り、太陽の光線を集めてローマの軍船を炎上させたというものまであります。放物線の性質を応用したという伝説ですが、さすがに船を燃やすことはできなかったと思われます。

さて、円周率に関しては、アルキメデスは円に内接する正多角形の周の長さは円周より短く、円に外接する正多角形の周の長さは円周より長いことをまず示して、この事実を使って円周率を下からと上から押さえることを考えました。彼は円に内接する正96角形、外接する正96角形の周の長さを計算して、円周率　π　はほぼ3.14である、より正確には３＋10/71＝223/71より大きく、22/７より小さいことを示しました。アルキメデスの論法は今日からみても実に素晴らしいものでした。古代ギリシアでは、数字の書き方ひとつとっても、今日のアラビア数字による10進位取り記数法はなく、アルキメデスが最も苦労したところは、数値計算であったと思われます。円周率の計算では、平行根を何度も計算する必要があります。今日でも筆算で平方根を計算するのは大変です。しかし、電卓を使ってアルキメデスの計算を確かめることは簡単に出来ます。また、あとで、同じ正96角形を使ってもっとよい円周率の値を見出す方法を江戸時代の数学者建部賢弘が発見したことをお話ししたいと思います。

ところでアルキメデスは物理的な考案を使って、いわば実験によって図形の面積を求めたことでも有名です。このようにして求めた面積の数値が正しいことを、アルキメデスはきちんと証明しています。そのような意味でもアルキメデスは数学が何であるかを理解していたことが分かります。

アルキメデスのこうした数学上の「方法」を記した文書が1906年、偶然のことから発見されました。ハイベルクというギリシア数学史の研究家がコンスタンチノープルの修道院で羊皮紙の祈祷書の文字下に

アルキメデスの文書が記されていることを発見し、それを解読することに成功しました。その中に「方法」正確には「エラステネスにあてた機械学的な定理についてのアルキメデスの方法」と題される文書が発見されました。紙がなかった時代には羊皮紙は貴重でしたので、文書が必要なくなると羊皮紙を削って書かれた文字を消して再利用するのが習慣でした。アルキメデスの文書は、幸いにも完全には削り取られずに、わずかにもとの文字が残っていました。アルキメデスの「方法」の序文はエラステネスにあてた書簡の形をとっています。アルキメデスの「証明」に関する考えが記された部分を読んでみましょう。

さて、もとより、あなたは熱心な研究者であり、哲学に携わる有名な学者であられ、しかも、機会あるごとに数学における探求を賛美しておられますのを拝見しておりますので、この書物の中に、あなたには、ある種の独特の方法を書き記して説明するのが適切かと存じます。その方法といいますのは、このやり方によって、数学におけるある種の問題を機械学によって探求するためのきっかけをあなたに得ていただくためのものです。そして、この方法は、定理の証明そのものにとっても、同様に有用であると信じています。といいますのは、この方法による探求は証明を与えるわけではありませんので、機械学的に最初から明らかにされたいくつかのことは、あとで幾何学的に証明されなければなりません。しかし、この方法によって、追求されている問題について、いくつかの知識をあらかじめ得ておきますと、何の知識なしに追求するよりも、その証明を求めるのは、はるかに容易になるからです。（佐藤徹訳・解説「アルキメデス方法」、東海大学出版局 p.5）

機械学は今日の言葉で言えば物理学、さらに正確には力学にあたります。アルキメデスは物体の重心がどこにあるかという力学の問題を使って正しい答えを予想し、幾何学的に正しい証明をつけたわけです。

劉徽

さて、アルキメデスの後で円周率の計算に大きく貢献したのは、３世紀の中国、三国時代の魏の劉徽でした。日本では卑弥呼の時代より少し後になります。劉徽は円に内接する正多角形を使うだけで、外接する正多角形の周の長さを計算しなくても円周率を上と下から押さえることができることを示し、円周率は3.14＋64/62500より大きく、3.14＋169/62500より小さいこと、小数で表せば円周率は3.141024より大きく 3.142740より小さいことを見出しました。劉徽はこうして発見した結果を他の発見と共に「九章算術」の注釈の中に記しました。「九章算術」は中国で一番古い数学の教科書です。漢の時代、遅くとも紀元１世紀には今日残された形になったといわれていますが、その内容はさらに古い中国の数学を含んでいます。「九章算術」は数学の問題集ともいえます。問題があり、答があり、さらに難しい問題にはどのようにして答を導くのか、解き方を解説したものがついています。「九章算術」はその名前の通り、９つの章からなっています。最初の章は「方田」と呼ばれ田畑の面積の計算として円や弓形の畑の面積の計算に関する問題が記されています。最初の問題は次のようになっています。

いま横15歩、縦16歩の田がある。田の面積はいくらか。
答え　１畝

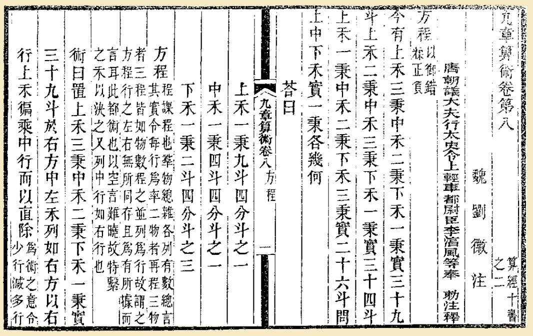
中国というより漢字文化圏では伝統を尊重します。そのこともあり、中国のみならず我が国の和算においてさえ、この「九章算術」の書き方はお手本として引き継がれてきました。そして、これらの教科書の基本的な性格は、数学の理論を説明するのではなく、問題を解くことによって内容、理論を納得する点に重点がおかれています。これが、すべてを少数の公理から論理的に導こうとするユークリッドの「原論」と大きく異なる点です。

しかしながら数学である以上、解き方の解説が記されていても、なぜそうなるのか疑問をもち、納得できる説明を必要だと多くの人が思いました。劉徽はそのような人の一人でした。彼は「九章算術」に記された解法に対して、なぜそのような解き方が出てくるのか、さらには「九章算術」の誤りを正して詳しい解説を記した注釈書を作りました。紀元262年注釈書は完成されたと中国の歴史書は伝えています。先にお話ししました円周率の計算は、二つの同心円に囲まれた畑の面積の計算の解説の中に記されています。「九章算術」では円周率を３として計算するように解法が記されていましたが、３では不十分であることを記すだけでなく、円周率のより詳しい値を求めることができることを劉徽は記したわけです。劉徽は数学に「証明」が必要であることに気づいていたということができるかと思われます。

「九章算術」は紀元前後の中国の数学が記されていますが、古代ギリシアより進んだ側面をもっていました。特に、数字は最初から十進法が使われたこと、また負の数が使われ、その足し算、引き算が自由にできたことなどがあげられます。また今日でいえば、連立一次方程式を使って解くことのできる問題が扱

われていました。こうした問題が扱われた章の名前は「方程」とつけられていました。今日、私たちが使う「方程式」という言葉の起源は、この「方程」という章の名前にあります。

図４　九章算術「方程」。



このように「九章算術」の解法に次々と解説をつけた劉徽でしたが、球の体積を求める問題の部分で、どうしても解決できない難問にぶつかってしまいました。「九章算術」の問題は

体積が１兆6448億6643万15百立方尺の球がある。直径はいくらか。

というものであり、答えとして１万４千３百尺が記されています。さらに計算法として「九章算術」では

体積の立方数を置き、16を掛け、９で割る。その値の立方根をとると球の直径である。

と記されていました。

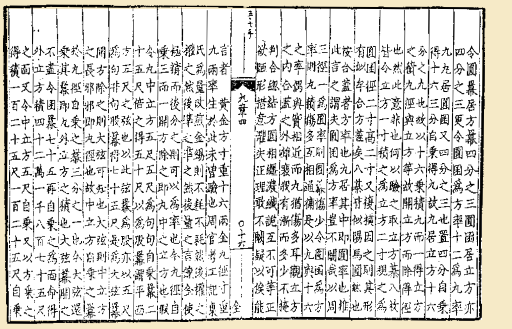
半径rの球の体積は$4\pi r^3/3$となりますので、直径をDとしますと、直径Dの球の体積は $\pi D^3/6$になります。「九章算術」によれば直径D の球の体積は $9D^3/16$になりますが、「九章算術」は円周率を３としていましたので、この公式は$3\pi D^3/16$と解釈することができます。3/16は1/6よりかなり大きな数になります。劉徽は「九章算術」の公式は間違っていることを説明し、正しい公式を得ようと試みましたが、うまくいきませんでした。

ちなみに球の体積の公式は、アルキメデスが正しい証明を与えています。劉徽は注釈書を完成させるまでに球の体積を求める公式を求めることはできませんでした。というより、どうしても公式を求めることはできないと自らの力の限界を見出したようでした。そのときに、劉徽はそれまでの中国の学者とまったく違った行動をとりました。彼は「九章算術」の解説書に次のように記しました。

敢えて疑わしきを闕かず、よく言うものを待つ。

（あえて疑わしいところを省略せずに記して、私の疑問を説明してくれる人がでてくるのを期待する。）

図５　劉徽が自らの失敗を記した部分。



この文章は中国の文化では異例のことでした。博覧強記であることが知識者であるために必要とされた中国文化の中で、自分が分からないことを、しかも自分が失敗した道筋を書いて、後世の学者が解決することを望むことなどはあってはならないことでした。卑弥呼とそれほど違わない時代に活躍した魏の劉徽が、このような、現代の科学者に似た行動をとったことは、彼がいかに優れた数学者であったか、しかしその一方で、いかに時代を超えた変わり者であったかを示しています。実際、劉徽は変わり者として人々から遠ざけられていたようで、歴史書などに多くの人々の伝記を残している中国であるにもかかわらず、彼の伝記はまったく分かっていません。彼が残した「九章算術」の注釈と、「海島算経」という彼の著書を通してしか劉徽を知る手がかりは残されていません。

祖沖之

劉徽が残した問題は、彼の死後、230年ほど後に５世紀、中国南北朝時代の宋・斉の数学者、天文学者、機械技術者であった祖沖之の息子である祖暅之によって解決されました。祖沖之は円周率の計算で劉徽よりもさらに精密な結果を出しました。祖沖之親子はこうした結果を「綴術」という本に著して発表したと伝えられています。「綴術」は中国における最高峰の数学書として数学を必要とする役人を養成する学校で教科書として使われていました。しかしその内容が余りに高度であったために、「綴術」を理解することができる数学者は中国でも時代を経るに従って少なくなっていき、いつの間にか忘れさられ、失われてしまいました。

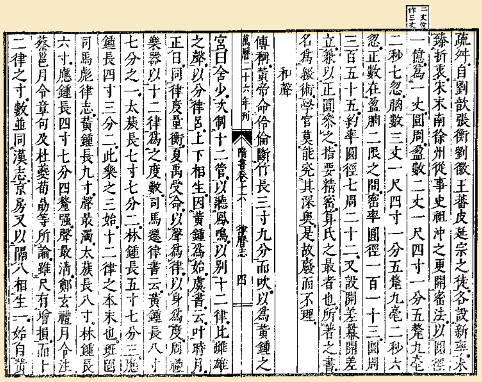
我が国へも「綴術」は輸入され、教科書として利用されたことが記録に残っていますが、残念ながら今日まで残っていないようです。もっとも日本の古文

書の中で、ほとんど調査されたことのない、占い関係の古文書の中にひっそりと息をひそめていて、発見されるのを待っている可能性はあります。

「数学」という言葉は、古代中国では占いの意味に使われていました。また、英語のmathematicsにあたるラテン語mathematicaにも占星術の意味があります。洋の東西を問わず、数の持つ様々な性質は学問としての数学の発達だけでなく「占い」への道も用意していたことが分かります。

このように「綴術」は失われてしまいましたが、祖冲之、祖暅之父子が得た結果の一部は、中国・隋の歴史を記した「隋書」の中で、暦と天文学について記した「律暦志部」に残されています。それによりますと、祖冲之は円周率の精密な近似として355/113を、粗い近似として22/7を使ったことが分かります。355/113は小数点以下６桁まで正確な円周率を与えます。

図６　隋書「律暦誌」円周率が「二丈一尺四寸…」と誤刻され,欄外に訂正してある。四国高松藩学講道館が覆刻し、1844年に刊行したもの。

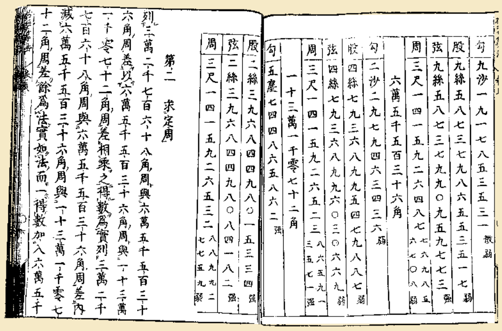


祖冲之は当時使われていた暦が実際と合わなくなっているので新しい暦を作ったことや、様々な機械を考案したことでも有名です。それだけでなく、彼は「述異記」という不思議な話を集めた短編集を著しています。こちらの方は現存していて、魯迅が編纂して有名になりました。

関孝和と建部賢弘

さて、アルキメデス、劉徽、祖冲之によって使われた円周率の計算は17世紀になって和算の中で再び取り上げられます。和算を実質的に作り上げた関孝和は、円に内接する正13万1072角の周の長さを計算して、円周率として3.141592653と小数点以下９桁まで正確な数値を求めました。しかし関はそれだけではなく、求めた数値をもとにして、さらに正確な円周率を計算する方法、今日の言葉を使うとエイトケン加速法と呼ばれる方法を使って、円周率を小数点以下11桁まで正確な値を出すことに成功しました。エイトケン加速法は20世紀になって数値計算をするために見出された方法ですが、そのはるか以前に関孝和が使っていたことは驚くべきことです。

図７　関孝和の遺稿の一部は「括要算法」として弟子の手によって出版された。円周率の計算を記した部分の一部。



円周率の計算法は関孝和の弟子、建部賢弘によってさらに深められました。彼は先生であった関孝和の計算を分析して、その計算法をさらに精密に繰り返すことによって、精密な値、小数点以下41桁まで正確な円周率を、円に内接する正1024角形までの多角形の周の長さを計算することによって導きました。そこで使われた手法は、今日の言葉で言えばリチャードソン加速法といわれる方法で、これも20世紀になって数値計算の分野で導入された方法です。

関孝和も建部賢弘も加速法を見出すために、実に膨大な計算をしています。そろばんを使ったにしても大変なことだったと思います。建部賢弘の方法を使いますと、アルキメデスが計算したように正96角形までの周の長さを求めることによって、3.1415926という、小数点以下７桁まで正確な円周率の値が電卓を使えばすぐに出てきます。大変面白い計算です。建部賢弘は自分の発見について「綴術算経」の中で次のように述べています。

関先生が大数学者であることは世に知られている。先生は円周率に関係する数学はとても難しい、その本質はわからないと常々おっしゃっておられた。関先生もそれ以上は苦労して円周率の計算を改良されようとはされなかった。しかし、私は力説したい。円周率であっても力の限りを尽くして立ち向かえばかならず得るものがあるのだと。先生が難しいとおっしゃったのは直観的にすべてを一気に把握しようとされたからだ。あれこれと試行錯誤をせずに直観によって把握しようとされたからだ。なぜ、先生はもう少し先まで進もうとされなかったんだろうか。

私は生まれつき直観力が弱かったので、一気に物の本質を掴もうとすることは最初からできなかっ

た。だから試行錯誤して苦労することをいとわなかった。その結果、円周率に関してこのような結果を得ることができた。

しかし、こうして自分がやってきたことを反省してみると、私の能力は関先生の10分の９しかないことが分かる。

図８　建部賢弘の主著「綴術算経」のなかで円周率の計算結果を述べた部分。綴術算経は八代将軍吉宗に献呈された著書で、和算家には珍しく、自己の数学観を克明に述べている。 建部賢弘は将軍吉宗の命を受けて、京都から中根元圭を幕府に招聘するために尽力し、改暦のために努力したが果たさなかった。

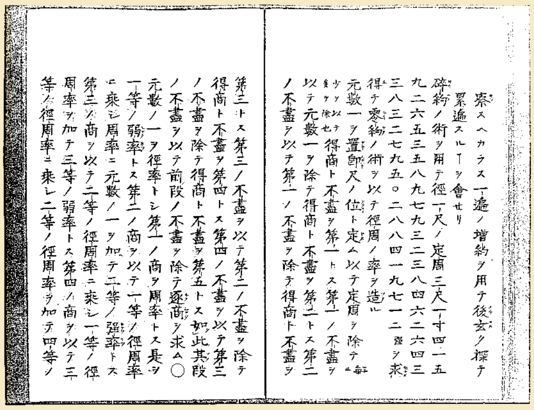
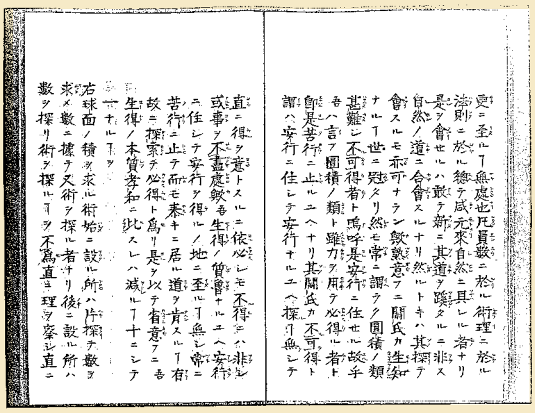


図９　綴術算経、関孝和について述べた部分。



関孝和が直観に優れ、数学の本質を一目でつかむことのできた数学者であったことは、残された業績から誰でも推測することができます。関孝和によって江戸初期の数学が極めて高い数学へと一気に登りつめました。それには関孝和の考案によると伝えられる和算独自の文字式（関は傍書法とよんでいますが）があります。文字式によって数学の内容を自由に方程式として記述することができ、和算が一大進歩をとげました。和算は理論面においては、関孝和と建部賢弘によって高みへと引き上げられ、その後はその内容を精密にする方向へ進んでいったと述べても、それほど本質からはずれていないと思います。

関孝和と較べると建部賢弘は、直観よりは計算結果から帰納的に数学の法則を見出すのに優れていたようです。一見複雑な数値の列から、その規則性を見出すのに抜群の力をもっていたようにみえます。「綴術算経」における建部の文章に関しては、自分の先生を非難していてけしからん、建部はひねくれものであるという批評が時折されますが、私にはこの文章は、関先生という大天才が、なぜもう一歩先まで計算されなかったのだろうか、そうすれば私が見出した方法は、関先生なら簡単に発見されたに違いないのにと言っているように思われます。建部の「綴術算経」は祖冲之、祖暅之親子の「綴術」からその題名をとっています。建部には関先生とともに和算がなしとげた数学は「綴術」に匹敵する、あるいはそれを凌駕するものであるという自負があったのだろうと思われます。

ところで、関も建部も自分たちが用いた加速法がなぜ、円周率の精密な値を出してくれるのか、その理論的背景は一切、語っていません。今日、私たちは微積分学を使って三角関数がテイラー展開できることを知っていますので、その理由をはっきり述べることができますが、関や建部はどのようにして自分たちの結果に確信が持てたのか、それは私にとってはまだ謎として残っています。数学史の研究家が説明してくれる日がくることを期待しています。おまけに、アルキメデスや劉徽と違って内接多角形しか使っていませんのでどれだけ精密な円周率の値がでてくるのかは「証明する」必要が本当はあるのです。

関や建部の素晴らしい結果は、その一方ではこうした結果をもたらす理論的考察に関しては不十分であることを示しています。これが和算に理論が欠けていたという指摘の一つの証拠でもあります。これに関しては儒学者の荻生徂徠が興味深い指摘をしています。円を正多角形でどれだけ近似しても円周と正多角形の周とは差がでてくるから、正確な円周率は得られないというものでした。大変鋭い指摘であり、徂徠が質問した相手は、改暦のために建部賢弘が将軍吉宗に推薦して京都から招聘された、中根元圭でした。しかし、中根は徂徠が満足する解答を与えることができませんでした。その当時、大阪で鎌田俊清がアルキメデスにならって円に内接する多角形だけでなく、円に外接する正多角形を使って円周率を小数点以下22桁まで正しく計算しています。鎌田は、円に内接する正多角形だけでなく、円に外接する正多角形を使って円周率を下からと上から評価するかたちで計算していますので、アルキメデスと同様に得られた数値が正確な円周率の値であることを「証明」したことになります。この点が他の和算家と全く違います。大変残念なことに、この鎌田俊清

の研究に対して、和算家の誰一人としてその重要性を理解することができませんでした。鎌田は宅間流という和算の流派の長でしたが、大変奇妙なことに彼のお弟子さん達も誰一人として鎌田俊清の方法を受け継いでいません。こうした理論的な面では円周率に限ってもアルキメデスや劉徽の域に和算はついに到達することができませんでした。徂徠が鎌田俊清に質問したらどうなっていたか、逆に徂徠は鎌田俊清の議論を正しく理解することができたか、大変興味深い問題を提供します。おそらく、徂徠は極限の概念を正しく理解することはできなかったのではと私は考えます。

文字式

ところで、関孝和が和算の文字式を考案したと述べました。今日の日本では、中学校で文字を使って方程式を書き、それを解くことを学びます。最初は文字を使うのにとまどいますが、そのうち、自由に使えるようになってきます。このような文字式ですが、数学に文字式が登場したのはそれ程古いことではありません。

文献として残されている一番古いものは、３世紀、アレキサンドリアで活躍したと伝えられているディオファントスによる「数論」という書物です。この書物では、方程式が文字を使って表されています。「数論」はギリシア語で書かれていますが、16世紀にラテン語に訳され、それを読んだフェルマは整数論上の重要な発見をこの本の欄外に記していました。その中のひとつが有名なフェルマ予想です。「自分はこの驚くべき証明を見出したが、それを記すにはこの欄外は余りにも狭すぎる」という書き込みがあります。フェルマのこの書き込みのあと300年以上たって、現代数学の枠を使ったワイルズにより、フェルマ予想が証明されたことは皆さんもご記憶のことと思います。

しかしながらディオファントスの文字式は、それ以降、使われることはありませんでした。次に歴史に現れるのは、５世紀インドのブラフマ・グプタです。彼は色の名前を使って未知数を表わし、連立方程式を考えました。彼の文字式は12世紀のバースカラに引き継がれて使われましたが、インドではその後、大きな発展はなかったようです。そして次に文字式が現れるのは13世紀中頃から14世紀にかけての中国です。もしかするとインドの文字式が中国へ伝わったのかもしれませんが、いまのところそれを示す手がかりはないようです。

中国の文字式は、現存する数学の本では1247年に出版された南宋の数学者、秦九韶の「数書九章」と1248年に出版された金の数学者、李治（あるいは李冶）による「測円海鏡」の中に書かれています。これらの本に書いてあることから、これらの本が出版される以前に中国では文字式が使われていたと考えられています。

文字式といっても、方程式の係数を縦に並べただけのもので、１変数の文字式しか扱えませんでしたが、それでも高次の方程式を書き、その解を必要なだけの詳しさで求めることができるようになりました。13世紀の中国の方程式論は世界で一番、進んでいました。当時、中国は金に圧迫された南宋の時代であり、やがて元王朝が誕生する、歴史的には金やモンゴルとの異文化の衝突がおきていた時代でした。異文化と出会ったとき、学問が刺激を受けて新しい発展をとげることがよくありますが、まさにそのような中で、中国の方程式論、これを当時の数学者は天元術とよんでいましたが、この天元術が生まれ、数学が高みへと登ったのでした。天元術と呼ばれるのは未知数を導入する際に、たとえば「天元の一を立て円径とする」と記して、円径（円の直径）を未知数とすることを表したからです。今日、円の直径をxと置くというのと類似の用法です。

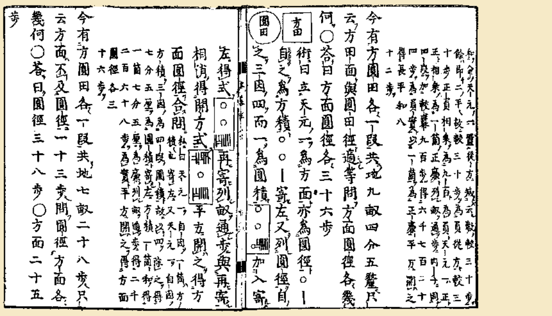
しかしながら奇妙なことに、この天元術は明の時代には中国では忘れ去られてしまいました。中国の数学の歴史をみると、面白いというより示唆に富む事実が見出されます。中国の数学は常に実用数学として発達してきました。方程式の解を詳しく計算することは、暦の作成のためには必要でしたが、方程式がどのような解をもつかなどは、中国の数学ではほとんど関心を引きませんでした。劉徽や祖冲之、あるいは秦九韶、李治、それを継いだ元の朱世傑のように、中国の伝統数学を一歩も二歩も先へ進めても、それが直接、応用に関係がないとすぐに忘れ去られる、その結果、数学の進歩が止まってしまうという結果になりました。すぐ応用されることばかりに注目していると、本質的な進歩が止まってしまい、結果としてかえって遅れてしまう。中国数学の歴史は私たちに大切なことを語りかけています。科学史研究で有名なサートンも古代ギリシア文化と古代ローマ文化を比較して次のように述べています。

ローマ文化は、ギリシア的な面に対する本能的な反作用であった。かれらは安定性に対する物質的な条件を非常に強く固執したので、没利的な研究というギリシアの伝統は断ち切られてしまった。こうしてローマは一番繁栄していたときでさえ、科学を奨励することはなかった。ルクレチウスはこの荒野の中で熱心に説教していた。どんな研究も、それが直接有益なものでない限り、奨励されることはなかった。振り子は他の端へ振られたのである。ここで人

類は第二の基本的な教訓を学んだのである。すなわち、国民が直接明白に有用なもの以外はなんら顧慮しないと決めた場合、その国民自体の有用な時代は既に余命いくばくもないのである。（G.サートン著　平田寛訳「古代中世　科学文化史　I」岩波書店、p.15－16.）

社会にすぐ役にたつことを研究するのが大学の役目であるとして、大学の法人化が進行している現在の日本の風潮は、このサートンの指摘通り日本滅亡の一歩であることを肝に銘じておく必要があると思います。明日役にたつものは、今日役にたつとは限りません。そして今日役にたつものは明日は役にたたなくなることが多いことも事実です。しかし、それ以上に、学問をたのしむ風潮が失われれば、学問は死んでしまいます。明治時代に西洋の科学技術を受け入れたとき、和算の伝統がどのようにその真価を発揮したかはこの講義の最後に触れたいと思います。

図10　「算学啓蒙」は訓点をつけて江戸時代に翻刻された。



ところで、宋から元にかけて発達した中国の天元術は、明の時代にはすっかり忘れ去られてしまいました。しかし幸いなことに、天元術はお隣の朝鮮に伝わり、そこで保持されました。４変数の式を書く工夫をした「四元玉鑑」を著した朱世傑は「算学啓蒙」という数学の教科書を著していました。この本は朝鮮に伝わり、朝鮮でテキストとして使われ、新たに印刷されました。その「算学啓蒙」が秀吉の朝鮮侵略によって我が国にもたらされました。

「算学啓蒙」には天元術が記されていましたが、先生なしで独力で理解するのはきわめて困難な形でしか書かれていませんでした。「算学啓蒙」を手にした日本人は途方にくれたでしょうが、やがてそれを理解する日本人が現れました。独力で「算学啓蒙」を理解したのか、あるいはそれを理解していた朝鮮の数学者に学んだのか、今となってははっきりしません。1671年、沢口一之の名前で出版された「古今算法記」で天元術は日本で始めて、正しく使われました。沢口一之とその先生であった橋本正数は天元術を正しく理解していたことは間違いありません。

図11　「古今算法記」天元術を解答を述べた部分。

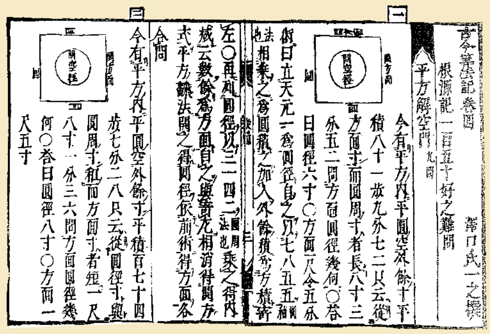
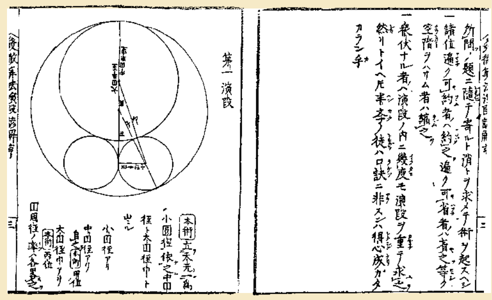


図12　「発微算法」は関孝和が生前出版した唯一の著作。後に建部賢弘が詳しい解説をつけた「発微算法演段諺解」を著した。その結果,関孝和の業績が広くられるようになり,和算が発展する原動力となった。「発微算法演段諺解」より。



関孝和は「古今算法記」に記された、解法がついていない問題の解を記した「発微算法」を1674年に出版しました。この本には記されていませんが、この頃、関孝和は天元術で使われる方程式の書き方に工夫を加えて、未知数がどれだけあっても方程式を書く方法、それは傍書法とよばれていますが、その方法を見出して、この問題を解くために活用しました。また２変数の連立方程式からひとつの変数を消去するために、行列式の考えを世界で始めて発見したことでも有名です。

文字を使って自由に方程式を書くことができるようになって、和算は大きく進展するようになりました。関孝和が活躍したのは17世紀後半ですが、それより100年ほど前のヨーロッパでも数学が大きく進展し始めていました。ヨーロッパの数学は、イスラーム文化圏でアラビア語訳された古代ギリシアの数学の本をラテン語訳することによって普及が始まりました。さらには９世紀中頃、アラビアの数学者、アル＝フワリズミが著した本「インド数字による計算法」と「アルジェブル・ワル・ムカバラ」も翻訳され、ヨーロッパに大きな影響を与えました。代数学を意味するalgebraはこの「アルジェブル」から来ています。「アルジェブル」は今日の言葉で言えば、方程式を考えたとき項を移すことを意味します。またア

ル＝フワリズミのラテン語式の読み方「アルゴリトミ」からアルゴリズムという言葉ができました。アル＝フワリズミは「アルジェブル」によって負の係数を持つ項を移項して正の係数を持つ項にし、さらに項を整理します。この項を整理することが「ムカバラ」と呼ばれました。アル＝フワリズミはこのように整理した２次方程式を図を使って解きましたが、負の根は考えませんでした。

アル＝フワリズミはインドから伝えられた数学とギリシア数学、さらにバビロニア以来のアラビアに伝わる数学を整理してアラビア数学発展の基礎を作りました。アル＝フワリズミに始まるアラビアの数学は次第にヨーロッパに影響を与えるようになりました。その過程でヨーロッパにアラビア数字が輸入され、10進位取り記数法が次第に浸透していきました。ヨーロッパの国々はもともと数字に関しては10進法と12進法、時には20進法が入り交じった数字の読み方を使っています。英語で11はeleven、12はtwelveですが13からはthirteen, fourteenと10進法になります。12まで違う呼び方をするのは12進法の名残と思われます。またフランス語では90をquatre-vingt-dix　４掛ける20＋10と表現するのは20進法の名残だと思われます。

私たちが今日アラビア数字とよぶ０から９までの数字は実はインドが起源であり、それがアラビアに伝わり、そこからヨーロッパに伝わって今日の書き方になりました。今日、中東で使われている数字の書き方はアラビア数字の古い形を残しており、私たちの使っているアラビア数字とは違っています。ヨーロッパ人はイスラーム文化圏の数学を学ぶことによってその後の数学の本格的な進展への準備をしました。

大砲と数学

ヨーロッパで数学が本格的に進歩を始めるのは16世紀になってからです。ヨーロッパで商業活動が盛んになってきたこともその一因ですが、意外なことに戦争とも関係しています。大砲をどの角度で撃てば一番遠くまで砲弾をとばすことができるかが重要な問題となってきました。それは物体の落下運動とも関係し、物理学が誕生するきっかけにもなりました。３次方程式の解法で有名なタルターリアは、当時は大砲の弾道理論で有名な数学者でした。ガリレオ・ガリレイが振り子の等時性を見つけたり、ピサの斜塔から落下の実験を行って、当時信じられていたアリストテレスの運動論を否定したことには当時のこうした社会的な動きがあったことも関係しています。ガリレオは力学の研究を通して砲弾は放物線を描いて飛ぶことを発見しました。この発見をガリレオの弟子のカヴァリエリがガリレオに無断で先に発表したことを憤慨するガリレオの書簡が残されています。

まったく信頼していてあの神父に伝えたも私の40年にわたる研究の成果が私から取り上げられ、私が夢中になって望み、長い間苦労によって期待してきた名誉が傷つけられるさまを見ることになったからです。というのも、私に運動について考えさせるようにしたそもそもの動機は、そのような線（弾道）を発見することになったからです。（板倉聖宣・中村邦光・板倉玲子「日本における科学研究の萌芽と挫折」、仮説社、p.13）

ガリレオ・ガリレイは「自然は数学の言葉を使って書かれている」といったと伝えられていますが、ガリレイが活躍した時代にはヨーロッパの数学は発展を加速させていました。それはヨーロッパでも文字を使って方程式を書き表すことが次第に行われるようになってきたからです。16世紀にフランスで活躍したヴィエトは、アンリ４世のもとで暗号解読に名声を博していましたが、優れた数学者でもありました。今日使われている文字式とは違うかたちではありますが、ヴィエトは文字を使ってかなり自由に方程式を書き表すことができました。今日、私たちが学校で学ぶ文字式とほとんど同じ書き方に仕上げたのはデカルトでした。彼は1637年に出版した「方法序説」の付録の一つである「幾何学」の中で、文字式を使って幾何の問題を方程式を使って記述できることを発表しました。

この中で、デカルトは座標の考え方を発表し、数学の進展に大きく貢献しました。デカルトの「幾何学」の最初の部分は文字式の説明にあてられています。古代ギリシアでは数は線分を使って表されていました。たとえば、最初にお話ししました$\sqrt{2}$は一辺の長さが１の正方形の対角線として表すことができます。数を線分で表すと、数の２乗は面積を、数の３乗は体積を表すと考えることができます。したがって、xとx^2やx^3は単位が違うので足すことはできないと考えてしまいます。事実、古代ギリシアの人たちはそう考え、この考えはデカルトの時代にまで残っていました。xやx^2に１単位いくつか掛けることによって単位をそろえれば足すことができると、デカルトは「幾何学」の中でわざわざ記す必要がありました。今日、私たちはxとx^2やx^3の単位は考えずに、単に数として足しています。デカルトも考えつかなかったことを中学生が行っているのです。私たちの思いこみの強さを象徴する出来事です。また、数学でも思いこみから自由になることは決して簡単なこ

とではないことを意味します。

私たちはそれぞれの時代特有の思いこみをたくさん抱えて生活しています。思いこみから自由になることは難しいものです。数学の歴史はこうした思いこみから自由になる歴史といってよいと思います。たとえば、既にお話ししましたが、方程式の根として負の数を認めるのに2000年以上の長い年月が必要でしたし、複素数、いわゆる虚数を真の数と多くの数学者が認めるようになってからまだ200年しかたっていません。虚数は虚の数なので必要ないと思われる方も多いかもしれませんが、量子力学という原子の世界を記述する物理学は複素数なしでは大変難しいものになってしまいます。また、電気工学の世界では多くの数学者が複素数を数と認める以前から複素数を使っていたという話があります。私たちは、電気なしには生活できませんがそれを支えているのは実は複素数、虚数なのです。

ここで自然な疑問が湧いてきます。関孝和が傍書法を発見したのは17世紀後半、デカルトの「幾何学」の出版からは30年以上後のことでした。関孝和はデカルトの「幾何学」はともかくとして、ヨーロッパ数学で文字を使って方程式を記すことを知っていたのではという疑問です。長崎にいたオランダ人がキリシタン取り締まりの総元締めであった筑後守に幾何学や天文学の講義をしたことが1647年12月20日のオランダ商館日誌に「天文学並びに幾何学に通じている補助員ヤン・ファン・バイレン(Jan van Bylen)は招きに応じて筑後殿の邸に行き、書記官に上の学問に付き少々教授したが、大概は無益であった。」と記されています。それ以前に、イエズス会の宣教師が日本に来たときに西洋の数学に触れる機会があったはずです。我が国に来た宣教師のうちでもっとも数学に秀でていたとされるカルロ・スピノラは1587年、短期間ですが当時最もすぐれた数学者の一人であったクラヴィウスに学んだことが知られています。ちなみにデカルトもクラヴィウスの教科書で数学を学んでいます。スピノラの手紙が残っています。

数学は親密な雰囲気の中で、主立った殿たちのなかに、うまく入り込むのに非常に役立ちます。彼らはその種の科学を大変に喜びます。それによって内裏も将軍様も私の噂を聞きつけて私を招かせました。布教のために最も必要なことは日本人に尊敬されることです。私が数学を学んでから日本に来たのはよいことでした。当地に来るものはもし数学を知っていれば尊敬されることでしょう。一つ残念なことは本を持っていないことです。ミラノで三年間学んだノート類と共にイタリアから持ってきた本を失ってしまったので、さまざまな好奇心をそそるような事実についてもう覚えていません。それらはこの日本人達を驚嘆させることは必定です。（平山諦「和算の誕生」、恒星社厚生閣、p.107）

スピノラに本格的に数学を学んだ日本人がいたのかどうかは今となっては分かりません。スピノラは1622年長崎で殉教しました。その後の厳しいキリシタン追放によって宣教師と関係のある資料は我が国ではなくなってしまっているからです。もちろん、宣教師の手紙類がポルトガルやイタリアに残っている可能性はあります。

こうしたいくつかの事実をつなぎ合わせると、ヨーロッパでは文字を使って方程式を書いているという噂を関孝和は耳にしていたことがあっても不思議ではありません。これは大きなヒントになったに違いありません。数学の研究で大切なことはアイディアの交換だとよく言われますが、他人の思わぬ一言が自分の考えをまとめ上げるのに大きな役割をすることがときおり起こります。問題を長い間考えていればいるほどそうしたきっかけが思わぬ所からやってくることがあるのです。さらに、関孝和と同時代に京都で活躍した田中由美も傍書法を使っているようです。関孝和に学んだのか、それとも両者に傍書法を教えた数学者がいたのか、和算における文字式誕生がどのように行われたのかは数学史でまだ未解決の大問題だと私は考えています。

和算と西洋数学

ところで、文字を使った方程式はヨーロッパと和算では全く違った道をたどることになりました。和算の方程式は方程式のままにとどまりました。ヨーロッパの数学では文字は未知数から変数へと変わりました。古代から数学を支えてきた数と図形に加えて、ヨーロッパでは関数が登場したのです。刻一刻と動きをかえる大砲の弾道を記述するためには、また惑星の運動を正確に記述するためには関数の考えが必要になったわけです。17世紀以降数学がヨーロッパで急速に発展していったのは、もちろん科学技術の進展がありましたが、その裏には数学があって、この進展を支えていたのです。

動くものを捉えるのに数が役に立つことは既に古代バビロニアの人たちが天体を観測して星の位置の動きを数表に作っていることからも想像できますが、こうした動きをグラフとして図示できることがデカルトの座標の導入によって次第に明らかになってきました。そしてニュートンによるニュートン力学の導入とニュートンとライプニッツによる微積分学の建設が挙げられます。微分によって動くものの瞬間を捉え、その動きを刻々と記述するものとして

微分方程式が有効であることがニュートン力学の誕生によって明らかになってきました。そして数学が自然を記述する言語としてガリレオがいったように適していることがますます明らかになってきました。それとともに、科学技術と数学とはますます切り離せないものになってきました。また、円周率の計算も無限級数を使った計算へと変わっていきました。実は円周率を無限の和を使って表したのは、15世紀インドのケーララ地方の数学者が最初でした。グレゴリーとライプニッツが独立に発見したと言われる無限級数

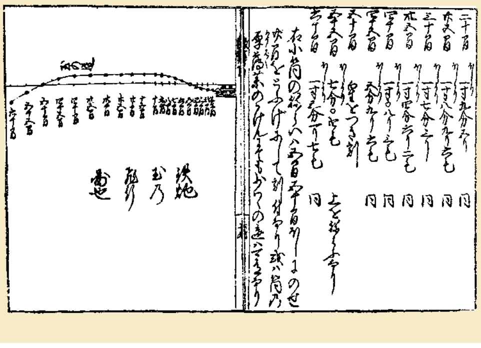
$$\pi/4=1-1/3+1/5-1/7+1/9-1/11+1/13-1/15+\cdots$$

は1400年頃ケーララ地方で活躍したマーダヴァによって発見されたと伝えられています。

ケーララ地方はインドの南端部に位置し、昔から交通の要所としてイブン・バツータやバスコ・ダ・ガマが寄港したことでも有名です。ケーララ地方の数学は17世紀まで栄えましたが、この間多くのヨーロッパ人や中国人が交易のためにやってきました。日本人も行ったであろうと思われますが、こうした交易を通して数学が伝わったことは充分に考えられます。数学のアイディアというのは紙の上に書かれていなくても耳から伝わってくるだけで大きな力になります。円周率を無限の和で表すことができるらしいという一言が、それまでの考えを一気に結晶化させることが可能なことがあるのです。こうした点で、私達が想像している以上に数学上のアイディアが世界中を駆けめぐっていたのではと思います。

ところで、和算の世界も関数が誕生する間際まで近づいたことがありました。1651年に山田正重が出版した「改算記」には小銃の弾の飛び方を扱った問題があり、弾の飛び方を記す数表と弾道を描いた図が載っています。さらに1677年に出版された野沢定長による砲術書「算九回」ではさらに詳しく弾の軌道の問題が取り扱われ、弾道が２次式を満足することがある程度分かっていたことが、板倉聖宣の研究で明らかにされています。

図13　「改算記」の小銃の軌跡を描いた図。座標概念に肉薄していたが、跡を継いでこの考えを発展させる和算家はいなかった。



しかしながら、こうした試みは当時の数学者の注目を引くことなく忘れ去られていきました。1638年の島原の乱を最後に日本は戦のない時代にはいったことも、小銃に対する関心を失わせる結果になったと思われます。閉鎖的ではあるが循環型の社会を作った江戸時代は基本的に変化を捉えるための関数を必要としなかったのです。中国訳を通してヨーロッパの三角関数表や対数表が江戸時代の和算家に伝わりそれを上手に使うことはできましたが、そこから関数概念を読みとることは和算家にはついにできませんでした。

数学はそれを育む社会を必要とします。さらに付け加えれば、古代から多くの人たちが星や月を眺めてきましたが、誰一人として星や月の運行の法則を探りたいと思う日本人は登場しませんでした。中国で精緻な理論ができていたからだといえばそれまでですが、その理論を使って正確な暦を作ることもできなかったのも事実です。それが、江戸時代までの日本の社会の有りようだったわけです。

そのかわり、和算は理論を発展させるよりは、新しい問題を工夫し、その解法を競うことで、数学をたのしむ世界を作っていきました。

江戸時代後期には、我が国の津津浦々に和算の愛好者がいて、問題を作り、解くことに熱中しました。江戸末期の篤農家であった田村芳茂が、芳茂遺訓のなかで農民として心得ておかなければいけないこととして「中途半端な算学者になってはいけない」と記すほどに和算は農村部にまで拡がっていました。田村吉茂は寛政２年（1790）下野国河内郡下蒲生村に生まれ明治10年（1877）に没しています。吉茂遺訓は明治６年に書かれたものですが江戸末期の豊かな農村部の教育の状況が分かる貴重な資料にもなっています。冒頭の部分の現代語訳を記してみましょう。

私は寛政二年十月十日の生まれである。成長するにおよんで、貧しいながらも親は私の将来を考え、手習いをさせるために寺子屋へいくようにいい聞かせた。しかし、生まれつき手習いはきらいであったから、返事もしないでただ黙っていた。そこで、親もしかたなく家で習わせようといったが、それさえもしなかったのである。あるとき母から「お前のような手習いのきらいな者は、こじきになるほかはない」と叱られたことがある。それを聞いて祖母は「この子は小細工が好きだから、大工にでもさせたらよかろう」と、とりなしてくれた。すると父が、「大工になっても、手習いができなければ材木に番号をかきこむこともできまい」とにがりきっていうのであった。こういわれると自分でも困ったことだと思う

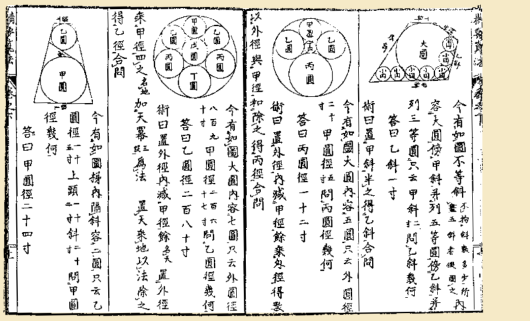
のだが、そのまま月日を送っていたのである。その間、必要にせまられれば、非常に不自由ではあったが、金釘流で種子札、農事日記などを書きつけるという程度であった。けれども農業だけは、寝ても覚めても怠けることなく勤めていたのである。ところで、ちょうど十八才になった年の暮に、村内に住む祖父と叔父から「今度算術の先生が村へ来て若者に算術を教えるらしいが、お前も習ったらどうか。費用はこちらで出してやろう」と説得された。そのとき私はこういって断った。「たいへんありがたいお話しですが、私はこの年まで手習いもなしないで過ごしてきましたので、今四十日くらい算術の稽古をしても、とてもそれを理解することはできないと思います。師について学びながら理解することができないのではかえって恥をかくことになりますから、ご親切に背くのは非常に心苦しいのですが、どうかお許し下さい」。これには祖父も叔父も「もっともなことだ」と納得された。以後は全く無筆無算の免状をもらったも同然で、農業にのみ精励してきた。(「吉茂遺訓」日本農業全集21巻 p. 211－212、泉雅博訳、農文協)

　このように記しながら、田村吉茂は「農業自得」、「農業根源記」などの優れた著作を残しており、また残された晩年の書は見事なものです。「芳茂遺訓」には、江戸後期には裕福な農民の家庭自体に教育力があり、また和算家がときおり村を訪ねて必要な数学教育を行っていた様子が示されています。芳茂は「芳茂遺訓」の中で農民として気をつけるべきこととして次のような文を記している。

　身を持ちくずす原因となるものは大酒を飲むこと、色狂い、賭事の三つだと一般に考えられているが、これは世間のだれもが知る大道楽の類であって、ほかにも小道楽の類が数えきれないほどあり、それによって貧乏する者も多い。そこで、小道楽を好む者について少し記しておく。すなわち、生半可な学を鼻にかける者、同じく生半可の数学者、訴訟を好む者。理屈屋、芸事を好む者、庭いじりと植木好き、釣りや狩猟を好む者、家の改築が好きな者、道具にこる者、朝寝坊、夜ふかしの好きな者、見えっぱりなどである。小道楽はこのほかにも数えきれないほどあるのだが、よく気をつけて自分の好きなことを慎むようにすれば、小道楽によって貧乏になることはない。(同上 p. 225－226、泉雅博訳)

　裕福な農民の中に和算に興味を持つ者が少なからずいたことを語って大変興味深いものがあります。和算に多くの人が興味を持ち、自ら和算を学んだことは、世界の文化史上例を見ない現象でした。

図14　和算家は複雑な図形を考えることに熱中した。藤田定資「精要算法」より。



和算の残したもの

　では和算は役に立たなかったのでしょうか？　明治時代になってヨーロッパの科学技術が輸入されたときに、初等数学の知識は多いに役に立ちました。それだけでなく、和算の方程式をヨーロッパ流の文字式に書き換えることはさして難しいことではありませんでした。そのことは科学技術を学ぶ際に大変役に立ちました。

　そして数学をたのしむ風潮は一部の人に残され、今日の数学の興隆を招きました。しかしながら、大きな負の遺産もあります。すでにお話ししましたように、ヨーロッパの数学は応用と密接に結びつく形で発展してきました。しかし、明治時代に我が国ではいわゆる純粋数学と応用数学とが別のものとして輸入され、それが本来同じものであるということに気がつかなかったことです。この弊害は未だに根強く残っています。「算数や数学を勉強して何の役に立つか、入学試験にしか数学は役に立たない」と思っている子ども達がたくさんいるのもその一つです。算数や数学を教える先生自身が、数学がどのように使われているか知らない場合が多いのですから仕方がないことですが、応用数学と純粋数学と区別してきたつけがこんな所にも現れているのです。

　しかし、問題はそれだけではありません。仏教学者であり、禅を西洋に広めることでも大きな働きをした鈴木大拙は、私たち日本人の思考様式そのものにある問題点を鋭く指摘しています。

　西田が数学に堪能であったことは、若い頃から著しかった。それからかれは北条時敬先生の宅に寄居して居たので、数学的頭脳は益々発達したのであろう。北条先生は、明治何年かの頃、石川県専門学校が刷新せられたとき、校長の武部直松さんが、東京から招き寄せた新進の先生の一人であった。北条先生は理学士で数学専攻であった。立派な教育家で、学習院院長を最後に教育界から退かれた。先生が専門学校へ来られてから、学校の数学教育は面目を改

めた。自分らは大いに勉強した、そうしてまた勉強するように教えられた。数学の予習に夢中になるようになった。そのとき、こんな話があった。何でも西田は夕方薄昏くなっても、ランプなしに、紙上に書きつけた数字を能く見て、問題を解決するまで勉強した、と。一所懸命にやると、暗がりでも見えるそうだ、一心の力もえらいものだなどという評判があった。物に凝ると云うよりも、問題をその窮極のところまで追求しなければ止まぬと云う知的努力の持ち主であった、彼は実に。

このどこどこまでもその底に徹しなければ已まぬというのが西田の性格であった。吾等の多数は何かの疑問があっても、しかしてそれを解決しようと努力はするが、どうも好加減のところで腰を折る。意志が強くないというよりも、寧ろ知力の徹底性が欠けているというべきではなかろうか。東洋的教養では意力に偏して、知力を軽視する傾きがある。それでやたらに道徳的綱目を並べて、これを記憶し、またこれを履修する方面に教育の力点をおいている。そうして数学や科学のようなものは、実用になればそれでよいとしている。東洋人が一般に　一特に日本人が一　感傷性に富んで、知力・理知力に乏しいところへ、理論の研究を実用面にのみ見ようとするから、教育は一方向きになっていく。批判が許されぬ、研討が苟且(こうしょ、おざなり　上野注)にされる、知力の徹底性が疎んじられる。従って物事に対しても主観的見方が重んじられて、客観的に事実を直視し、その真相を看破しようという努力が弛んでくる。今度の敗戦の如きも、その根本原因は日本人の理知性に欠けたところに存するのである。今更科学科学と言って大騒ぎするが、科学なるものは、そんなに浅はかに考えてはならぬのである。手取り早く間に合うようにと、いくら科学を団子のように捏ね上げようとしても、捏ね上げられるものではない。まず、物を客観的に見ることを学ばねばならぬ、そこからこれに対して徹底した分析が加えられなければならぬ。これが日本人の性格の中に這入ってこないと、偉大な科学の殿堂は築き上げられぬ。科学や数学の学修を、単なる実用面にのみ見んとする浅薄な考え方をやめて、学問の根底に徹する、甚深で強大な知性の涵養を心懸くべきである。これが出来ると自から人格の上にも反映してくるにきまっている。こうすべきだ、ああすべきだ、「謹しむ」べきだ、「畏まる」べきだとのみ、朝から晩まで、晩から朝まで、吾等の頭に叩き込まんとする官僚は、余程結構に出来て居る頭脳の持ち主だ。これでは世界性を持った考え方は日本人の中からはどうしても出て来ない。又戦いくさして、又負ける位が関の山であろう。

(鈴木大拙全集　第33巻　p. 27－28、1945年８月26日記、岩波書店)

この大拙の指摘をみれば、和算の影響以上に、私たちの思考法そのものが私たちの数学に対する考え方を左右していることが分かると思います。数学に限らず、また学問だけでなく、文化のあり方そのものは私たちがどのように生きようとしているかに密接に関係しているのです。先に引用しました、サートンの言葉とあわせて考えるとき、役に立つことばかりを優先してきた私たち日本人の生き方そのものが今日問われていることを肝に銘じたいと思います。

以上、ほんのわずかな例でしたが、その例を通して数学が世界中の人たちの手によって考えられ深められてきたことをお伝えしました。私達が何げなく使っている数学の多くが、何千年もかかってゆっくり発展してきた結果なのです。学校で学ぶ数学の背後には、4000年以上にも渉る人類の知的営みがあること、数学を学ぶことはこうした営みに参加することであることを再度強調して講義を終わりたいと思います。

図15　佐藤則義は江戸末期から明治初期に福山藩の藩校「誠之館」で和算を教授した。西洋数学を学んだ際の佐藤則義のノート「算法浅問抄解」(京都大学附属図書館蔵)では問題を和算の方程式で解いた後に、西洋数学の記法に直して解いている。和算家にとって西洋数学の初歩的な部分の学習は容易であった。